

Лекция 4

Тема: «Деформация растяжение, сжатие. Обобщенный закон Гука. Механические характеристики материалов. Допускаемые напряжения. Расчеты на прочность».

Вопрос 1. Деформация растяжение, сжатие.

Приложим к брусу две равные противоположно направленные силы P (рисунок 6, а).

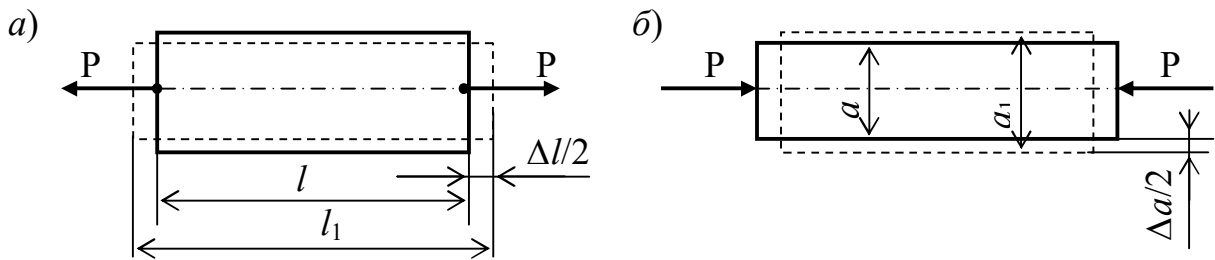


Рисунок 6

При растяжении стержня его первоначальная длина равна l , а длина после растяжения l_1 , приращение $\Delta l = l_1 - l$ является полным изменением длины стержня и называется *абсолютным удлинением стержня*. Отношение удлинения к первоначальной длине стержня $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ называется *относительным удлинением*; эта величина определяет удлинение каждой единицы первоначальной длины стержня. Так как величина ε равна частному от деления двух величин, каждая из которых имеет размерность длины, она выражается в отвлеченных числах или в процентах.

Поменяв направление сил P , происходит увеличение поперечного размера бруса (рисунок 6, б). Величина $\Delta a = a_1 - a$ называется *абсолютной поперечной деформацией*, а величина $\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a}$ называется *относительной поперечной деформацией*.

Экспериментально установлено, что отношение поперечной деформации ε_1 к продольной деформации ε при упругом растяжении (сжатии) для данного материала величина постоянная. Обозначив абсолютное значение данного отношения μ , получим:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \right| \quad (4)$$

Величина μ называется *коэффициентом поперечной деформации*, или *коэффициентом Пуассона*.

Из опыта установлено, что между продольной деформацией ε и нормальным напряжением существует прямо пропорциональная зависимость

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (5)$$

Приведенная зависимость называется законом Гука (по фамилии английского ученого, впервые установившего ее в 1660 г.) и является основным законом сопротивления материалов. Он может быть сформулирован следующим образом: *продольная деформация прямо пропорциональна соответствующему нормальному напряжению.*

Величина E , которая входит в формулу, выражающую закон Гука, является одной из важнейших физических постоянных материала. Она характеризует его жесткость, т. е. способность сопротивляться упругому деформированию. Эта величина называется модулем продольной упругости (первого рода).

Установим связь между приложенной нагрузкой и возникающим при этом напряжением. Для этого применим метод сечений (рисунок 7, а).

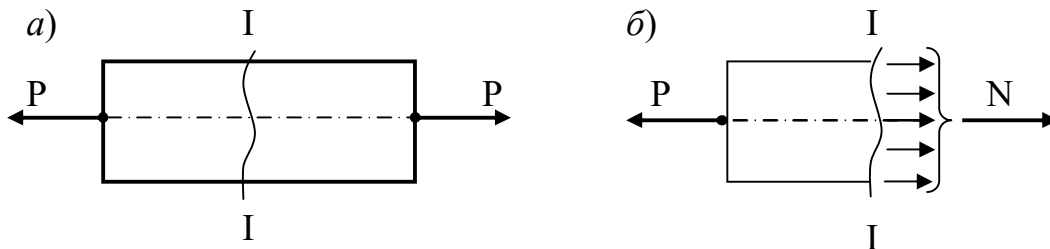


Рисунок 7

Заменив действие отброшенной части внутренним усилием N (рисунок 7, б), составим уравнение равновесия для оставшейся части:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad -P + N = 0 \quad (6)$$

По определению напряжения $\sigma = N/A$, выразив отсюда N , и подставив в формулу 6, получим:

$$-P + \sigma \cdot A = 0, \text{ откуда } \sigma = P/A \quad (7)$$

Эта формула показывает, что напряжение прямо пропорционально приложенной нагрузке и обратно пропорциональна площади поперечного сечения.

Вопрос 2. Механические характеристики материалов.

По механическим свойствам материалы могут быть разделены на две основные группы: пластичные и хрупкие. У первых разрушению предшествует возникновение значительных остаточных деформаций; вторые разрушаются при весьма малых остаточных деформациях. Механические характеристики материалов определяют экспериментально. На рисунке 8 представлена диаграмма растяжения стального образца.

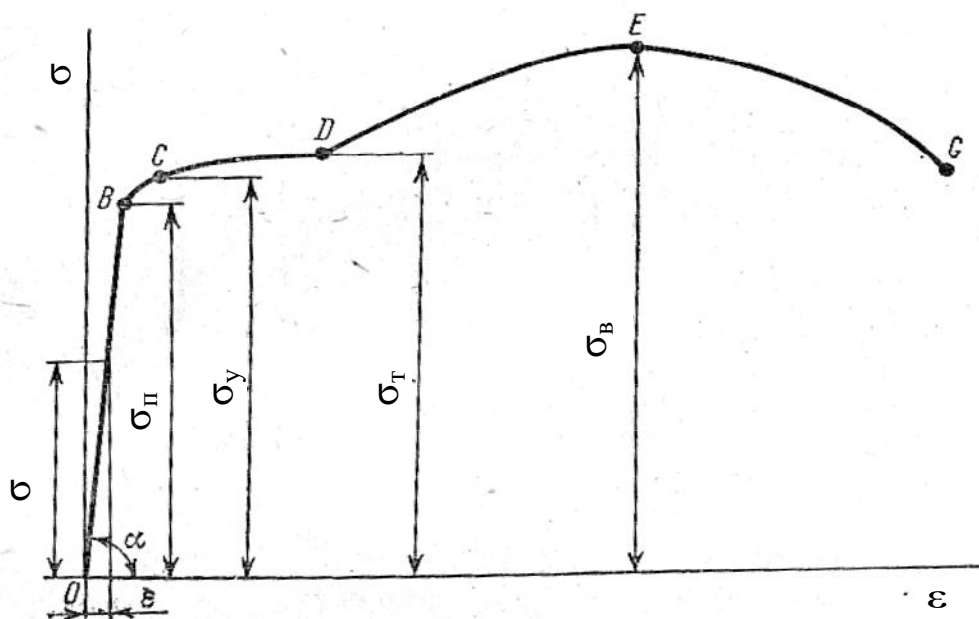


Рисунок 8

До значения напряжения, соответствующего точке B диаграммы, имеет место линейная зависимость (прямая пропорциональность) между величинами относительного удлинения ε и напряжения σ , т. е. соблюдается закон Гука. Напряжение, соответствующее точке B диаграммы называется пределом пропорциональности материала и обозначается σ_{π} .

Материал деформируется упруго, и напряжение, соответствующее точке C , называется *пределом упругости* $\sigma_{у}$.

Напряжение $\sigma_{т}$, определяемое ординатой горизонтального участка диаграммы, при котором наблюдается текучесть материала, называется *пределом текучести*.

В точке E имеет место максимальное напряжение, которое называется *пределом прочности* материала $\sigma_{в}$.

Вопрос 3. Допускаемые напряжения.

Чтобы избежать разрушения элементов сооружений или машин, возникающие в них рабочие (расчетные) напряжения (σ , τ) не должны превышать *допускаемых напряжений*, которые обозначают в квадратных скобках: $[\sigma]$, $[\tau]$. Допускаемые напряжения - это максимальные значения напряжений, обеспечивающие безопасную работу материала. Допускаемые напряжения назначаются как некоторая часть экспериментально найденных предельных напряжений, определяющих исчерпание прочности материала где $[n]$ - требуемый или допускаемый коэффициент запаса прочности, показывающий, во сколько раз допускаемое напряжение должно быть меньше предельного.

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[n]} \quad ; \quad [\tau] = \frac{\tau_{пред}}{[n]} \quad (8)$$

Вопрос 4. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии .

Прочность стержня при осевом растяжении и сжатии обеспечена, если для каждого его поперечного сечения наибольшее расчетное (рабочее) напряжение σ не превосходит допускаемого $[\sigma]$,

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \quad (9)$$

где N - абсолютное значение продольной силы в сечении; A площадь поперечного сечения; $[\sigma]$ - допускаемое напряжение при растяжении или сжатии для материала стержня.

Эта формула называется условием прочности при растяжении (сжатии).

С помощью формулы решается три вида задач (выполняется три вида расчетов).

1. *Проверка прочности* (проверочный расчет). При заданных продольной силе N и площади поперечного сечения A определяют рабочее (расчетное) напряжение и сравнивают его с допускаемым непосредственно по формуле. Превышение расчетного (рабочего) напряжения по сравнению с допускаемым не должно быть больше 5 %, иначе прочность рассчитываемой детали считается недостаточной.

В случаях, когда рабочие напряжения значительно ниже допускаемых а $\sigma \leq [\sigma]$, получаются неэкономичные конструкции с чрезмерным, необоснованным расходом материала. Такие решения являются нерациональными. Следует стремиться к максимальному использованию прочности материала и снижению материалоемкости конструкций.

Проверочный расчет деталей машин часто проводят в другой форме. Определяют фактический (расчетный) коэффициент запаса, исходя из известных значений предельного (опасного) напряжения $\sigma_{пред}$ и вычисленного значения рабочего (расчетного) напряжения $\sigma = \frac{N}{A}$, и сравнивают его с требуемым коэффициентом запаса $[n]$, т. е. условие прочности выражают неравенством

$$n = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma} \geq [n]. \quad (10)$$

2. *Подбор сечения* (проектный расчет). Исходя из условия, можно определить необходимые размеры сечения, зная продольную силу и допускаемое напряжение. Решив неравенство относительно A , получим:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}. \quad (11)$$

3. *Определение допускаемой продольной силы*. Допускаемое значение продольной силы в поперечном сечении стержня можно найти по формуле:

$$N \leq [\sigma]A. \quad (12)$$

Допускаемые напряжения назначаются на основе результатов механических испытаний образцов соответствующих материалов.